Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение г.о.Тольятти «Школа с углубленным изучением отдельных предметов № 93 имени ордена Ленина и ордена Трудового Красного Знамени Куйбышевгидростроя»

МБУ "Школа № 93"

Родионов Александр Геннадиевич, директор МБУ " Школа № 93"

2023.10.11 16:19:20+04'00'

Программа принята
на заседании педагогического совета
МБУ «Школа № 93»
Протокол № от ___ ______ 2023г

УТВЕРЖДАЮ
Директор МБУ «Школа № 93»
____________ А.Г. Родионов

Трудные задачи планиметрии

Срок реализации - 1 год
Количество часов в год – 34 (1 час в неделю)
Возраст детей – 15-16 лет

Составитель:
Авдеева ЕА., учитель математики

г о Тольятти

Пояснительная записка

Известно, что учащиеся школ хуже всего решают задачи по планиметрии и стереометрии в старшей школе. Планиметрия и стереометрия, теория которых основана на аксиоматическом подходе, являются традиционно трудными для понимания учащимися средних школ. Эти разделы геометрии требуют отдельной и серьезной подготовки выпускниками. Программа естественно- научной направленности.

Актуальность и новизна

1) Переходя на старшую ступень образования, учащиеся имеют недостаточный запас знаний по планиметрии. Восполнить пробел для старшеклассников поможет этот курс. Его можно рекомендовать и для учащихся 11 классов

2) Затруднения при решении планиметрических задач состоит и в том, что прохождение программного материала осуществляется за курс основного среднего уровня образования, поэтому данный курс по планиметрии рекомендован в первую очередь учащимся 9-х классов для систематизации и углубления материала данного курса с целью подготовки к итоговой аттестации, и продолжению образования в профильных классах старшей школы. Редко какая либо задача по геометрии может быть решена с использованием определенной теоремы или формулы. Большинство задач требует применения разнообразных теоретических знаний, доказательства утверждений, справедливых лишь при определенном расположении фигуры, применение различных формул. В отношении планиметрических задач главной проблемой является неумение найти правильный метод решения. Тем не менее, можно отметить наиболее часто встречающиеся ошибки, основанные на использовании геометрических соображений, не вытекающих из условия задачи, нередко к этому подталкивает неудачно выполненный чертеж.

3) Приобрести навыки в решении задач можно лишь, ознакомившись с различными методами, приемами и подходами и решив, используя их достаточное количество задач. Программа для школ по геометрии не акцентирует внимание на методах решения задач, частных случаях. Знакомство учащихся с методами решения геометрических задач стимулирует анализ учащихся своей деятельности по решению задач, выделению в них общих подходов и методов, их теоретическое осмысление и обоснование, решение задач несколькими способами. Особое внимание необходимо уделить аналитическому способу решения задач, довести до понимания учащихся, что анализ условия задачи, анализ решения задачи - важнейшие этапы ее решения. Необходимо уделить внимание задачам по теме «Вписанные и описанные окружности».

Цель курса:

- расширить представления учащихся о методах, приемах, подходах решения задач по планиметрии перед итоговой аттестацией, продолжением образования в профильной школе;
- развивать математические способности, исследовательскую деятельность.

Задачи курса:

- систематизация ранее полученных знаний и углубление знаний по методам решения задач планиметрии;
- развивать общеучебные умения учащихся, логическое мышление, алгоритмическую культуру, математическое мышление, интуицию, повысить их уровень обученности, создать условия для формирования и развития практических умений;
- развивать умения самостоятельно применять знания, решая нестандартные задачи.

Возраст детей

Данная программа обучения рассчитана на 9 класс, именно в этом возрасте школьники выбирают дальнейшую форму обучения. Уже достаточно сформированы начальные геометрические понятия, теоретические сведения по основным разделам планиметрии.

Сроки

Обучение ведется один год. Программа содержит всего 34 часа. С расчётом - 1 час в неделю, продолжительностью 40 минут.

Формы занятий

К основным формам занятий относятся практическая деятельность по отработке изученного материала лекционным приемом. Теоретические занятия проводятся в изолированном кабинете в виде лекций, бесед и других форм с использованием наглядного материала и технической аппаратуры. Для занятий группы необходимо 7-8 письменных столов, 17 стульев, интерактивная доска, проектор, обычная доска.

Практические занятия проводятся в кабинете в виде групповых или индивидуальных выполнений определенных заданий.

Ожидаемые результаты

По окончании курса учащиеся должны владеть навыками решения планиметрических задач, выполнять тестовые задания, решать задачи .

В результате систематизации материала по данному курсу учащиеся приобретут знания:

- теоретического материала по данным темам, основных методов решения задач планиметрии.

умения:

- анализировать условие задачи, делать умозаключения;
- решать различными методами задачи по планиметрии;
- выбирать рациональный способ решения.

Формы контроля - тесты

Учебно-тематический план

№	Наименование разделов, тем, программ	количество часов		
		всего	из них	
			теоретических	практических
1.	Треугольник.	8	3	5
2.	Четырехугольники	8	3	5
3.	Окружность и круг.	11	4	7
4.	Обзор тестовых заданий итогового тестирования, решение	7		7
	всего	**34 часа**	**10**	**24**

Содержание курса

Тема 1. Треугольник (Урок 1-8)

Ученик после изучения темы должен:

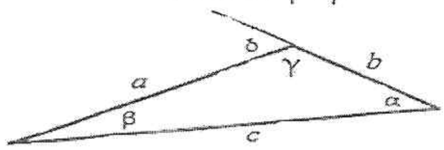
- знать: основные сведения о треугольнике, теоремы Пифагора, синусов, косинусов, формулы для нахождения площади треугольника, свойства медиан, биссектрис и высот;

- уметь: использовать данные теоретические сведения при решении задач.

<u>Обзор теоретического материала по теме.</u>

1. Произвольный треугольник.

$c > b \Leftrightarrow \gamma > \beta$



Сумма углов треугольника

$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$

Внешний угол треугольника

$\delta=\alpha+\beta$

Теорема косинусов

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\beta$

Теорема синусов

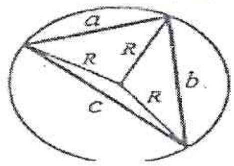
$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R,$$

где R – радиус описанной окружности

$$S=\frac{1}{2}ah_a \qquad S=\frac{1}{2}ac\sin\beta$$

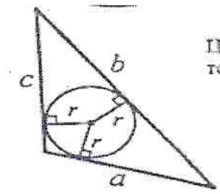
$$S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

где полупериметр $p=\dfrac{a+b+c}{2}$



Центр описанной окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров.

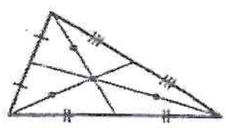
$$R=\frac{abc}{4S}$$



Центр вписанной окружности – точка пересечения биссектрис.

$$r=\frac{2S}{a+b+c}$$

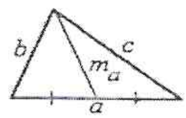
Некоторые свойства медиан, биссектрис и высот:



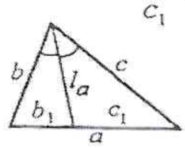
Медианы пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2 : 1, считая от вершины.

Длина медианы

$$m_a=\frac{1}{2}\sqrt{2\left(b^2+c^2\right)-a^2}$$



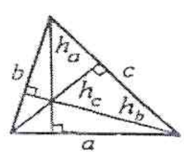
$$\frac{b_1}{c_1}=\frac{b}{c}$$



Длина биссектрисы

$$l_a=\sqrt{bc-b_1c_1}$$

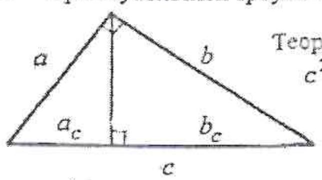
$$l_a=\frac{\sqrt{bc(a+b+c)(b+c-a)}}{b+c}$$



$$h_a : h_b : h_c=\frac{1}{a}:\frac{1}{b}:\frac{1}{c}$$

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r},$$ *где r – радиус вписанной окружности.*

2. Прямоугольный треугольник.



Теорема Пифагора.

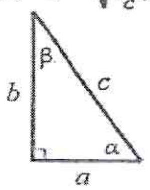
$c^2=a^2+b^2$

$$S=\frac{ab}{2}$$

$$h=\frac{ab}{c}=\sqrt{a_cb_c},\quad a=\sqrt{a_cc},\quad b=\sqrt{b_cc}.$$

$$\sin\alpha=\frac{b}{c};\quad \cos\alpha=\frac{a}{c};$$

$$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{a}{b};\quad \operatorname{tg}\alpha=\frac{b}{a}.$$



Если $\beta=30^\circ$, то $c=2a$.

Радиус вписанной окружности:

$$r=\frac{ab}{a+b+c},\quad r=\frac{a+b-c}{2}.$$

Радиус описанной окружности $R=\dfrac{c}{2}$

Решение задач с использованием методов:

- метод поэтапного решения задач с использованием различных теорем (свойств биссектрисы, медианы, высоты, теорема косинусов, синусов);
- метод подобия;
- метод дополнительного построения;
- алгебраические методы;
- метод опорного элемента, метод площадей;
- метод вспомогательного элемента.

Набор задач по теме.

1. Найдите наименьшую высоту треугольника со сторонами 17 см, 65см и 80 см.
2. Найдите площадь треугольника, если BC=7см, AC=14 см, $\angle C=30^\circ$?
3. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 41 см, а его площадь равна 180 см^2. Найдите катеты этого треугольника.
4. Чему равен угол треугольника со сторонами 5 см, 12 см, и 13 см, противолежащий стороне 13 см?

5. В прямоугольном треугольнике катеты равны 5 и 12. Найдите длину медианы, проведенной к гипотенузе.
6. В прямоугольном треугольнике катеты равны $\sqrt{3}$ и $\sqrt{2}$ соответственно. Найдите длины отрезков, на которые делит гипотенузу биссектриса прямого угла.
7. Найдите площадь равнобедренного треугольника, если высота, опущенная на основание, равна 10, а высота, опущенная на боковую сторону равна 12.
8. Найти длину высоты прямоугольного треугольника, опущенной из прямого угла, если она делит гипотенузу на отрезки, равные 3 и 27 см.
9. Периметр прямоугольного треугольника равен 24см, площадь его равна 24 см^2. Найти гипотенузу.
10. В треугольнике ABC AC=BC, BM – медиана, BC+CM=18, AB+AM=14. Найти длины сторон треугольника.
11. В треугольнике ABC AB=BC. Высота AK делит сторону BC на отрезки BK=24 см и KC=1см. Найдите площадь треугольника ABC.
12. Отрезок DO – биссектриса треугольника DBC. Найдите ДС, если BO=8см, BC=22см, вд=12см.
13. В треугольнике ABC $\angle C=90^\circ$, $\angle A=15^\circ$, AC=$\sqrt{3}$. CD – биссектриса треугольника. Найдите длину AD.
14. Основание треугольника равно 20. Медианы боковых сторон равны 18 и 24. Найдите площадь треугольника.
15. У треугольника со сторонами 16 см и 8см проведена высота к этим сторонам. Высота, проведенная к стороне 16см, равна 6см. Чему равна высота, проведенная к стороне 8 см.
16. Высота, опущенная на гипотенузу прямоугольного треугольника, делит его на два треугольника, площади которых соответственно 6см^2 и 54 см^2. Найти гипотенузу треугольника.
17. В треугольник KMO вписан ромб так, что угол K у них общий, а вершина E находится на стороне MO. Найдите сторону ромба, если KM=m, KO=n.
18. Площадь прямоугольного треугольника равна 70, а катеты относятся как 5:7. Найдите меньший катет.
19. Определите площадь треугольника, если две его стороны равны 35 и14, а биссектриса угла между ними равна 12.
20. Дан равнобедренный треугольник с основанием 12и боковой стороной 18. Отрезки какой длины нужно отложить от вершины треугольника на его боковых сторонах, чтобы соединив их концы, получить трапецию с периметром равным 40.
21. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC. Прямая, проведенная через вершину прямого угла C, перпендикулярна медиане ВД и пересекает гипотенузу в точке M. Найдите отношение AM:MB.
22. Найдите углы равнобедренного треугольника, если его высота вдвое меньше биссектрисы угла при основании.
23. В треугольнике ABC угол A вдвое больше угла B, AB=c, AC=b. Найдите третью сторону BC.
24. В треугольнике ABC медиана AM перпендикулярна медиане BK. Найти площадь треугольника ABC, если AM= m, BK= n.
25. Найти площадь треугольника ABC, если AB=3см, BC=7см и длина медианы BM равна 4см.
26. Во сколько раз площадь равностороннего треугольника больше площади треугольника, отсекаемого от него прямой, проходящей через середину его стороны и составляющей угол 60° с этой стороной.
27. Через вершины равностороннего треугольника ABC проведены параллельные прямые АД, BE и CK. Прямая BE лежит между прямыми АД и CK и делит расстояние между ними в отношении 2:3, считая от прямой АД. Найти тангенс $\llcorner$BCK.
28. Найти площадь треугольника ABC, если AC=3, BC=4, а медианы AK и BM взаимно перпендикулярны.
29. Площадь треугольника равна 40 см^2. Высота в 5 раз меньше стороны, на которую она

опущена, тогда высота равна.

30. Найти площадь треугольника, если длины двух его сторон соответственно равны 1 и $\sqrt{15}$ см, а длина медианы третьей стороны – 2 см.
31. В треугольнике ABC величина угла A вдвое больше угла B, а длины сторон, противолежащим этим углам, равны соответственно 12 см и 8 см. Найти длину третьей стороны треугольника.
32. Основание равнобедренного треугольника $\sqrt{32}$, а медиана боковой стороны 5. Найти длины боковых сторон.
33. Величина одного из углов треугольника равна 20°. Найти величину острого угла между биссектрисами двух других углов треугольника.
34. В прямоугольном треугольнике ABE с прямым углом E проведена биссектриса BT, причем AT=15,TE=12. Найдите площадь треугольника ABT.
35. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена биссектриса BK. Найти площадь треугольника ABK, если площадь треугольника ABC равна 21, а синус угла A=0,4.

Тема 2. Четырехугольники (Урок 9-16)

Ученик после изучения темы должен:

- знать: основные сведения о четырехугольниках, формулы для нахождения площадей четырехугольников, теорему Птолемея, свойство диагоналей параллелограмма;

- уметь: использовать данные теоретические сведения при решении задач.

Обзор теоретического материала по теме.

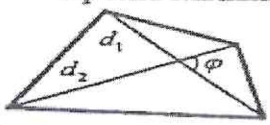
Решение задач с использованием методов:

- метод поэтапного решения задач с использованием различных теорем;
- метод подобия;
- метод дополнительного построения;
- алгебраические методы;
- метод опорного элемента, метод площадей;

Набор задач по теме.

1. Найдите периметр прямоугольника, если перпендикуляры, проведенные из точки пересечения диагоналей к сторонам прямоугольника, равны 2дм и 4дм.
2. Периметр ромба равен 24 см и площадь 24 см^2. Найдите высоту

1. Произвольный четырёхугольник.



$$S=\frac{d_1d_2\sin\varphi}{2}.$$

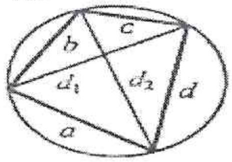
Четырёхугольник, описанный около окружности

$$a+c=b+d;$$
$$S=\frac{a+b+c+d}{2}\cdot r.$$

Четырёхугольник, вписанный в окружность

$$S=\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)},$$

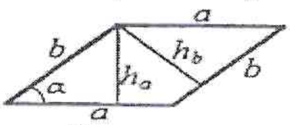
$$где\ p=\frac{a+b+c+d}{2}.$$



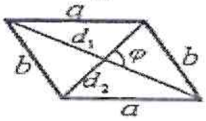
Теорема Птолемея.

$$ac+bd=d_1d_2$$

2. Параллелограмм.



$$S=ah_a=bh_b;$$
$$S=ab\sin\alpha.$$

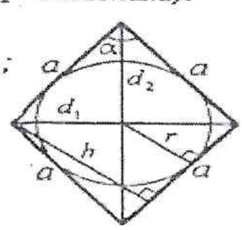


$$d_1^2+d_2^2=2\left(a^2+b^2\right);$$
$$S=\frac{d_1d_2\sin\varphi}{2}.$$

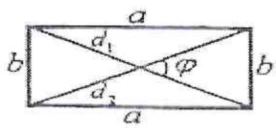
3. Ромб *(h – высота, d_1, d_2 – диагонали).*

$$r=\frac{h}{2}=\frac{d_1d_2}{4a};\quad S=\frac{d_1d_2}{2};$$

$$S=ah=2ar=a^2\sin\alpha$$

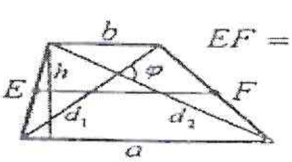


4. Прямоугольник



$$S=ab=\frac{d^2\sin\varphi}{2}.$$

5. Трапеция *(h – высота, d_1, d_2 – диагонали).*



$$EF=\frac{a+b}{2};\quad S=\frac{d_1d_2\sin\varphi}{2};$$

$$S=\frac{a+b}{2}\cdot h=EF\cdot h.$$

ромба.

3. Периметр квадрата 24 м. Найдите длину сторон прямоугольника, имеющего такой же периметр, зная что одна сторона прямоугольника больше другой в 2 раза.
4. В параллелограмме АВСД проведен отрезок СК, из вершины острого угла С так, что отсекает на большей стороне ВА отрезок, равный меньшей стороне ВС и образует угол КСД равный 20°. Найдите углы параллелограмма.
5. Средняя линия трапеции рана 7см. Одно из ее оснований больше другого на 4см. Найдите основание трапеции.
6. Периметр прямоугольника равен 30см. Найдите его стороны, если площадь прямоугольника равна 56 $см^2$.
7. Длины параллельных сторон трапеции равны 25 и 4, а длины непараллельных сторон – 20 и 13. Найдите высоту трапеции.
8. Сторона ромба равна 17 см, а одна из его диагоналей 16 см. Найдите вторую диагональ.
9. Длина средней линии трапеции равна 10 см. Одна из его диагоналей делит ее на два отрезка, разность длин которых равна 2см. Вычислите длины оснований этой трапеции.
10. Вычислите периметр равнобокой трапеции, если известно, что один из ее углов равен 60°, а основания равны 15см и 49см.
11. Дана трапеция АВСД с основаниями ВС=12 и АД=27. Найдите диагональ АС, если ∟АВС=∟АСД.
12. В трапеции основания 5 и 15, а диагонали 12 и 16. Найдите площадь трапеции.
13. Определите боковые стороны равнобедренной трапеции, если ее основания и площадь равны соответственно 8,14 и 44.
14. В трапеции углы при одном из оснований имеют величины 20° и 70°, а длина отрезка, соединяющего середины оснований, равна 2. Найдите длины оснований трапеции, если длина средней линии равна 4.
15. Боковая сторона трапеции разделена на три равные части и из точек деления проведены к другой стороне отрезки, параллельные основаниям. Найдите длины этих отрезков, если основания трапеции равны 2 и 5.
16. Сторона параллелограмма равна 10 см, а диагональ, равная 12 см образует с ней угол 30°. Найдите площадь параллелограмма.
17. Высота и диагональ равнобедренной трапеции равны соответственно 5 и 13. Найти площадь трапеции.
18. В трапеции АВСД АД и ВС – основания, отношение АД:ВС составляет 4:3. Площадь трапеции равна 70. Найдите площадь треугольника АВС.
19. Найдите площадь ромба, если его высота 12, а меньшая диагональ 13.
20. Большая сторона параллелограмма равна 5, а высоты 2 и 2,5. Найдите вторую сторону параллелограмма.
21. Длины оснований трапеции равны 4 см и 10 см. Найдите длины отрезков, на которые делит среднюю линию трапеции ее диагональ.
22. Один из углов трапеции равен 30°, а боковые стороны при продолжении пересекаются под прямым углом. Найти меньшую боковую сторону трапеции, если ее средняя линия равна 10см, а меньшее основание – 8см.
23. Высота и диагонали ромба относятся как 12:15:20, а его периметр равен 100. Найдите площадь ромба.
24. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если каждый его угол на 18° больше каждого угла четырехугольника с равными углами.
25. Средняя линия трапеции с основаниями 4 и 6 разбивает трапецию на две фигуры. Найдите отношение площадей этих фигур.
26. Дан параллелограмм со сторонами АВ=2 и ВС=3. Найти площадь этого параллелограмма, если известно, что диагональ АС перпендикулярна отрезку ВЕ, соединяющему вершину В с серединой Е стороны АД.
27. Биссектриса одного угла параллелограмма делит его сторону на 14 и 28. Найдите периметр параллелограмма.
28. Сумма острых углов трапеции равна 90°, высота равна 2 см, а основания – 12 и 16 см. Найти боковые стороны трапеции.

29. В ромбе АВСД ∟Д=140°. Найдите углы треугольника АОД, где О – точка пересечения диагоналей ромба.
30. Две стороны параллелограмма относятся как 3:4. Периметр его равен 2,8 м. Найдите стороны параллелограмма.

Тема 3. Окружность и круг (Урок 17-27)

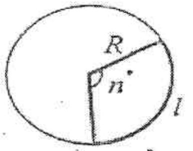
Ученик после изучения темы должен:

- знать: основные сведения об окружностях, некоторые свойства вписанных углов, площади и радиусы вписанных и описанных окружностей.

- уметь: использовать данные теоретические сведения при решении задач.

Обзор теоретического материала по теме.

Длина окружности $C = 2\pi R$.
Площадь круга $S = \pi R^2$.



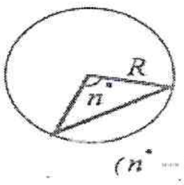
Площадь кругового сектора

$$S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ,$$

длина дуги $l = \frac{\pi R}{180^\circ} \cdot n^\circ$,

(n° – градусная мера центрального угла).

Площадь кругового сегмента



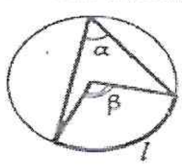
$$S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot n^\circ \pm \frac{1}{2} R^2 \sin n^\circ,$$

знак «+» надо брать, когда $180^\circ < n^\circ < 360^\circ$, а знак «–» надо брать, когда $0^\circ < n^\circ < 180^\circ$,

(n° – градусная мера центрального угла).

Некоторые свойства вписанных углов:

1. *Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу; (вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается).*



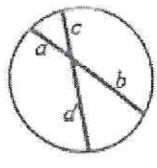
$$\alpha = \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2} l.$$

2. *Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.*

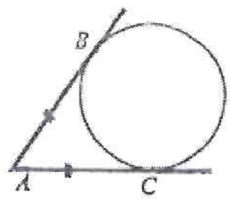
3. *Вписанные углы, опирающиеся на диаметр, прямые*

Соотношения между длинами хорд, отрезков касательных и секущих

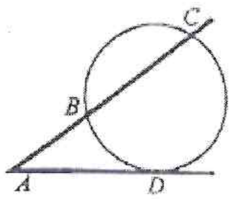
1. $ab = cd$



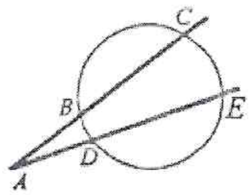
2. $AB = AC$



3. $AD^2 = AB \cdot AC$



4. $AD \cdot AE = AB\, AC$



Площадь, радиусы вписанной и описанной окружностей (*a – сторона, r – радиус вписанной окружности, R – радиус описанной окружности*).

	r	R	S
треугольник	$\frac{a}{2\sqrt{3}}$	$\frac{a}{\sqrt{3}}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
квадрат	$\frac{a}{2}$	$\frac{a}{\sqrt{2}}$	a^2
шестиугольник	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$	a	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$
n- угольник	$\frac{a}{2\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$	$\frac{a}{2\sin\frac{180^\circ}{n}}$	$\frac{a^2 n}{4\operatorname{tg}\frac{180^\circ}{n}}$

Разбор методов решения по данной теме.

Решение задач:
- окружность, вписанная в треугольник;
- окружность, описанная около треугольник
- окружность, вписанная в четырехугольник
-окружность, описанная около четырехугольника;
- комбинация окружностей, вписанная и описанная;
- круг, окружность.

Набор задач по теме.

1. Из одной точки окружности проведены две хорды длиной 9 см и 17 см. Найти площадь круга, если расстояние между серединами хорд равно 5 см.
2. Около прямоугольника с диагональю, равной 10, описана окружность. Найти радиус этой окружности.
3. Три окружности попарно касаются друг друга. Отрезки, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник. Найти радиус меньшей окружности, если

радиусы двух других равны 6 и 4.

4. В окружности проведена хорда, перпендикулярная радиусу и проходящая через его середину. Найдите эту хорду, если диаметр окружности равен8.
5. В равнобедренном треугольнике высота равна 20, а основание относится к боковой стороне как 4:3. Найдите радиус вписанной окружности.
6. К окружности, вписанной в равнобедренный треугольник с основанием 12 и высотой 8, проведена касательная, параллельная основанию. Найдите длину отрезка данной касательной, заключенного между сторонами треугольника.
7. Радиус сектора равен R, а хорда его дуги равна а. Найдите радиус круга, вписанного в этот сектор.
8. В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка касания делит гипотенузу на отрезки, равные 2 и 3. Найти радиус этой окружности.
9. Высота равностороннего треугольника равна 15. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.
10. Катеты прямоугольного треугольника равны 6см и 8см. Найти разность диаметров описанной и вписанной окружностей.
11. Окружность проходит через вершины В,С и Д трапеции АВСД и касается АВ в точке В. Найдите длину диагонали ВД, если длины оснований трапеции а и в.
12. Две окружности радиусами 3 и 5 касаются друг друга внешним образом. Проведены две общие внешние касательные. Найдите расстояние от точки пересечения данных касательных до центра большей окружности.
13. Две окружности, радиусы которых 4 и 8, пересекаются под прямым углом. Определите длину их общей касательной.
14. Найти среднюю линию равнобедренной трапеции с высотой h, если боковая сторона видна из центра окружности под углом 120°.
15. Каким должен быть радиус окружности, чтобы длина ее была в два раза больше суммы длин окружностей с радиусами 11 см и 47 см.
16. Из точки окружности проведены диаметр и хорда. Длина хорды равна 30, а ее проекция на диаметр меньше радиуса окружности на 7. Найдите радиус окружности.
17. Окружность касается двух смежных сторон квадрата и делит каждую из двух его сторон на отрезки, равные 2 и 23. Найдите радиус окружностей.
18. В ромбе АВСД длины диагоналей АС=1, $ВД=1/\sqrt{3}$. Через точки А,В,С проведена окружность с центром О. Чему равна длина отрезков ОД?
19. Стороны треугольника равны 8см, 15см, 17см. Найдите радиус описанной окружности.
20. Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12. Чему равен радиус вписанной окружности?
21. В равнобедренный треугольник с основанием а вписана окружность радиусом r. Определите периметр треугольника.
22. Высота в ромбе равна 2. Найдите площадь круга, вписанного в ромб, если угол ромба равен 30°.
23. Найдите отношение площади ромба со стороной а и острым углом α к площади квадрата со стороной, равной диаметру вписанного в ромб круга.
24. Найдите косинус угла при основании равнобедренного треугольника, зная, что точка пересечения его высот лежит на вписанной в треугольник окружности.
25. В окружности проведены две хорды АВ=а и АС=в. Длина дуги АС вдвое больше длину дуги АВ. Найдите радиус окружности.
26. В равнобедренном треугольнике АВС угол В прямой, АВ=ВС=2. Окружность касается обоих катетов в их серединах и высекает на гипотенузе хорду ДЕ. Найти площадь треугольника ВДЕ.
27. Найдите площадь прямоугольного треугольника, гипотенуза которого делится точкой касания вписанной окружности на отрезки а и в.
28. На стороне АС остроугольного треугольника АВС взята точка Д так, что АД=1 и ВД является высотой треугольника АВС. Окружность радиуса 2, проходящая через

точки А и Д, касается в точке Д окружности, описанной около треугольника ВДС. Найти площадь треугольника АВС.

29. Медианы АМ и ВЕ треугольника АВС пересекаются в точке О. Точки О, М, Е и С лежат на одной окружности. Найдите АВ, если ВЕ=АМ=3.
30. Около круга описана трапеция с углами α и β. Найти отношение площади трапеции к площади круга.

Тема 4. Обзор тестовых заданий итогового тестирования, решение.
(Урок 28-34)
Рекомендуется использовать сборники тестов по математике 2005-2010 гг.

Методическое обеспечение курса

1. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. - М.: Просвещение, 1996.
2. Газета «Математика. Первое сентября» 2008-2010 год
3. Интернет ресурсы

Список использованной литературы:

4. Атанасян Л.С. и др. Геометрия. Учебник 7-9 кл. общеобразовательных учреждений. - М.: Просвещение, 2004.
5. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач. - М.: Просвещение, 1996.
6. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. (под редакцией Г.Н. Яковлева) – Москва: «Наука», Главная редакция физико-математической литературы,
7. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих. Под ред. М.И.Сканави. Учеб. Пособие. - С.-Петербург,
8. Сборники тестовых заданий по математике. /Учебно-методическое пособие. Саратов, Самара: РГКП Национальный центр государственных стандартов образования и тестирования, , 2018-20

Календарно-тематическое планирование курса
(34 часа)

№ урока	тема	количество часов
	Тема: Треугольник	**8 ч.**
1	Обзор теоретического материала по теме.	**1**
2-3	Метод поэтапного решения задач с использованием различных теорем (свойств биссектрисы, медианы, высоты, теорема косинусов, синусов)	**2**
4	Метод подобия.	**1**
5	Метод дополнительного построения	**1**
6	Алгебраические методы	**1**
7	Метод опорного элемента, метод площадей	**1**
8	Метод вспомогательного элемента	**1**
	Тема: Четырехугольник	**8 ч.**
9-10	Обзор теоретического материала по теме.	**2**
11-12	Метод поэтапного решения задач с использованием различных теорем	**2**
13	Метод подобия	**1**
14	Метод дополнительного построения	**1**
15	Алгебраические методы	**1**
16	Метод опорного элемента, метод площадей	**1**
	Тема: Окружность и круг	**11 ч.**
17-18	Обзор теоретического материала по теме	**2**
19-21	Разбор методов решения по данной теме	**3**
22	Окружность, вписанная в треугольник	**1**
23	Окружность, описанная около треугольника	**1**
24	Окружность, вписанная в четырехугольник	**1**
25	Окружность, описанная около четырехугольника;	**1**
26-27	Комбинация окружностей, вписанная и описанная	**2**
28-34	**Тема: Обзор тестовых заданий итогового тестирования, решение.**	**7 ч.**
	итого	**34 часа**